Двоичный логарифм

$$2^{\log_2(a)}=a \tag{1}$$

Например, $2^{\log_2(8)}=2^3=8$

Формула Шеннона

Формула Шеннона имеет следующий вид:

$$H=-\sum_{i=0}^{N-1} p_i*\log_2(p_i)=\sum_{i=0}^{N-1}\log_2\left(\frac{1}{p_i}\right) \tag{2}$$

Знак минус в формуле (2) не означает, что энтропия – отрицательная величина. Объясняется это тем, что $p_i<1$ по определению, а логарифм числа меньшего единицы - величина отрицательная. По свойству логарифма $-\log(a)=\log\left(\frac{1}{a}\right)$, поэтому эту формулу можно записать и во втором варианте, без минуса перед знаком суммы.

Формула Хартли

Формула Хартли – частный случай формулы Шеннона для равновероятных альтернатив.

Подставив в формулу (2) вместо p_i его (в равновероятном случае не зависящее от *i*) значение, $p_1=\frac{1}{N}$ получим:

$H=\sum_{i=0}^{N-1}\log_2\left(\frac{N}{1}\right)=\frac{1}{N}*N*\log_2(N)=\log_2(N)$, таким образом, формула Хартли выглядит очень просто:

$$H=\log_2(N) \tag{3}$$

Из формулы (3) явно следует, что чем больше количество альтернатив (*N*), тем больше неопределенность (*H*). Эти величины связаны в формуле (3) не линейно, а через двоичный логарифм. Логарифмирование по основанию 2 и приводит количество вариантов к единицам измерения информации – битам.